

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
Обнинский институт атомной энергетики –
филиал федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования
«Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(ИАТЭ НИЯУ МИФИ)

Одобрено УМС ИАТЭ НИЯУ МИФИ,
Протокол №2-8/2021 От 30.08.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

ВЫСШАЯ АЛГЕБРА

для студентов направления подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

профиль
Прикладная информатика

Форма обучения: очная

г. Обнинск 2021 г.

Программа составлена в соответствии с требованиями образовательного стандарта высшего образования национального исследовательского ядерного университета «МИФИ» по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика.

Программу составил:

_____ З.Х. Насыров, доцент ОИКС

Рецензент

Заведующий лаб. Математических методов ФИАЦ ФГБУ «НПО «Тайфун»,
д.т.н Д. А. Камаев.

Программа рассмотрена на заседании отделения интеллектуальных кибернетических систем (О) (протокол № 5/7 от «30» июля 2021 г.)

Руководитель образовательной программы
01.03.02 – «Прикладная математика и информатика»

_____ С.В. Ермаков

« ____ » _____ 2021 г.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Целью курса является формирование необходимой математической базы по теории групп, колец и полей для изучения последующих дисциплин общепрофессионального и профессионального модулей.

Задачами изучения курса являются

Обучение студентов методам и мышлению, характерным для указанных выше разделов высшей алгебры на основе изучения лекционного материала и его закрепления с помощью решения задач и упражнений.

В результате освоения ООП бакалавриата обучающийся должен овладеть следующими результатами обучения по дисциплине:

Коды компетенций	Результаты освоения ООП <i>Содержание компетенций</i>	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-3	Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	Знать: методы алгебраической реализации систем математического анализа, дискретной математики. Уметь: описывать возникающие структуры на языке высшей алгебры. Владеть: методами решения основных видов задач.
ПК-2	Способность понимать, применять и совершенствовать современный математический аппарат	Знать: алгебраические методы обработки результатов других разделов математики. Уметь: выводить формулы и доказывать теоремы. Владеть: методами решения основных видов задач.

2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата

Дисциплина реализуется в рамках профессионального модуля.

Для освоения дисциплины необходимы компетенции, сформированные в рамках изучения следующих дисциплин: математический анализ, дискретная математика, аналитическая геометрия, линейная алгебра.

Дисциплина изучается на 3 курсе в 5 и 6 семестрах.

3. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 7 зачетных единиц (з.е.), 252 академических часа.

3.1. Объем дисциплины по видам учебных занятий (в часах)

Объем дисциплины	Всего часов	
	Очная форма обучения	
Общая трудоемкость дисциплины	252	
Контактная* работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) (всего)	64	
Аудиторная работа (всего**):	64	
лекции	32	
семинары, практические занятия	32	
Внеаудиторная работа (всего**):	0	
групповая, индивидуальная консультация		
Самостоятельная работа обучающихся** (всего)	152	
Вид промежуточной аттестации обучающегося зачет и экзамен	36	

4. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины и трудоемкость по видам учебных занятий (в академических часах)

Для очной формы обучения

№ п/п	Наименование раздела /темы дисциплины	Общая трудоём-кость всего (в часах)	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успевае-мости
			Аудиторные учебные занятия			СРО	
			Лек	Сем/Пр	Лаб		
1.	Мощность множеств	28	4	4		20	Проверка на семинаре
2.	Теория групп	70	12	12		56	Проверка на семинаре
3.	Теория колец	70	12	12		56	Проверка на семинаре

4.	Расширения полей	28	4	4		20	Проверка на семинаре
----	-------------------------	----	---	---	--	----	----------------------

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по разделам (темам)

Лекционный курс

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Мощность множеств	Эквивалентность множеств, мощность множества. Счетные множества, их свойства. Теорема Кантора - Бернштейна. Континуальные множества, теорема о несчетности континуума. Теорема о несчетности квадрата. Сравнение мощностей. Доказать, что $ M < P(M) $. Теорема о мощности $P(N)$. Упорядоченные множества, порядковые типы, их сумма. Вполне упорядоченные множества, ординалы. Теорема о трансфинитной индукции. Свойства вполне упорядоченных множеств, сравнение ординалов.
2.	Теория групп	Определение полугруппы, моноида и группы. Абелева группа. Свойства единичного и обратного элемента. Примеры групп. Группа подстановок. Подгруппы. Конечнопорожденные и циклические группы. Смежные классы, их свойства. Теорема Лагранжа. Теорема о нециклической абелевой группе конечного порядка. Нормальные подгруппы, их свойства. Факторгруппа, теорема о его порядке. Z_n . Прямое произведение групп. Гомоморфизмы групп. Ядро гомоморфизма и его свойства. Теорема о гомоморфизме.
3.	Теория колец	Определение кольца и поля. Делители нуля. Обратимые элементы. Кольцо многочленов, его целостность. Деление многочленов, теорема Безу. Кратные корни многочлена. Неприводимые многочлены. Идеалы, главные идеалы. Определение кольца главных идеалов, примеры. Факторкольцо. Кольцо вычетов Z_n . Факторкольцо $P[x]/(f(x))$. Разложение на множители в кольце главных идеалов. Максимальные идеалы и их свойства. Гомоморфизмы и изоморфизмы колец. Ядро гомоморфизма. Образ гомоморфизма. Теорема о гомоморфизме для колец.
4.	Расширения полей	Расширения полей. Теорема о количестве элементов конечного поля. Построение конечных полей.

Практические/семинарские занятия

№	Наименование раздела /темы дисциплины	Содержание
1.	Мощность множеств	Эквивалентность множеств, мощность множества. Счетные множества. Теорема Кантора - Бернштейна. Континуальные множества.

2.	Теория групп	Понятие группы. Подгруппа, порядок элемента. Циклические группы. Нормальные подгруппы. Факторгруппа. Гомоморфизмы групп.
3.	Теория колец	Кольцо, поле. Делители нуля. Идеалы, главные идеалы. Максимальные идеалы. Кольцо многочленов. Гомоморфизмы колец. Факторкольцо.
4.	Расширения полей	Расширения полей. Построение конечных полей.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

1. Насыров З.Х. Элементы теории множеств и общей алгебры. --- Обнинск: ИАТЭ,1990.
2. Насыров З.Х. Сборник задач по высшей алгебре. --- Обнинск: ИАТЭ, 2004.

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

6.1. Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части) / и ее формулировка	Наименование оценочного средства
1.	Мощность множества	ПК-2	Зачет
2.	Группы , факторгруппы, гомоморфизмы групп.	ПК-2	Зачет
3.	Кольцо, обратимые и необратимые элементы. Кольцо многочленов.	ОПК-3, ПК-2	Контрольная работа, экзамен.
4.	Расширения полей	ОПК-3, ПК-2	Контрольная работа, экзамен.

6.2. Типовые контрольные задания или иные материалы

6.2.1. Экзамен

а) типовые вопросы (образец)

1. Дать определение ядра гомоморфизма для групп и доказать его свойства.
2. Дать определение идеалов, главных идеалов и доказать их свойства.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

В ответе на каждый вопрос элемент знания оценивается в 40%, а элемент умения — в 60%/

в) описание шкалы оценивания:

Ответы на 1 и 2 вопрос составляют 20 и 20 баллов соответственно.

6.2.2. Контрольная работа

а) типовые задания (образец)

Образец задачи № 1

Найдите количество необратимых элементов в кольце $Z_4 \times Z_{10}$.

Образец задачи № 2

Найдите НОД $d(x)$ со старшим коэффициентом, равным 1, многочленов $f(x)$ и $g(x)$ в кольце $Z_7[x]$ и многочлены

$u(x)$ и $v(x)$ такие, что $d(x) = u(x) \cdot f(x) + v(x) \cdot g(x)$, если $f = x^5 + 6x^4 + 2x^3 + 6x^2 + 2x + 5$, $g = x^4 + 6x^3 + 6x + 6$.

Образец задачи № 3

Разложите на неприводимые множители многочлен $2x^4 + 3x^3 + 3x^2 + 2$ в кольце $Z_5[x]$.

Образец задачи № 4

Докажите неприводимость многочлена $p(x)$ над Z_5 и найдите $\text{ol}\{f(x)\} + \text{ol}\{g(x)\}$, $\text{ol}\{f(x)\} - \text{ol}\{g(x)\}$, $\text{ol}\{f(x)\} \cdot \text{ol}\{g(x)\}$, $\text{ol}\{f(x)\} : \text{ol}\{g(x)\}$ для классов вычетов $\text{ol}\{f(x)\}$ и $\text{ol}\{g(x)\}$ в поле $Z_5[x]/(p(x))$, если $p(x) = 2x^3 + 4x^2 + 1$, $f(x) = x^2 + 3x$, $g(x) = 4x^2 + x + 2$.

Образец задачи № 5

Найдите определяющий многочлен и степень расширения над Q поля $Q(\sqrt{6 - 2\sqrt{5}})$.

б) критерии оценивания компетенций (результатов):

В ответе на каждый вопрос элемент знания оценивается в 30%, элемент умения — в 40%, а элемент владения (навыка) — в 30%.

в) описание шкалы оценивания:

Ответы на 1, 2, 3, 4 и 5 задачу составляют по 12 баллов.

6.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Итоговый балл по дисциплине получается суммированием количества баллов набранных по контрольной работе и баллов за экзамен. Оценка «отлично» ставится за 90 — 100 баллов, «хорошо» за 75 — 89 баллов, «удовлетворительно» за 60 — 74 балла, «неудовлетворительно» за 0 — 59 итоговых баллов.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная учебная литература:

1. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре: учебник Лань, 2018. - адрес: www.e.lanbook.ru.
2. Чашкин А.В., Жуков Д.А. Элементы конечной алгебры: группы, кольца, поля, линейные пространства 2016 - адрес: www.e.lanbook.ru.

б) дополнительная учебная литература:

3. Кострикин А.И. Введение в алгебру. -- М.:~Наука, 1977.
4. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. -- М.:~Наука, 1979.
5. Алексеев В.Б. Теорема Абеля в задачах и решениях. -- М.:~Наука, 1976.
6. Сборник задач по алгебре/Под ред. А.И. Кострикина. -- М.:~Наука, 1987.
7. Куликов Л.Я. и др. Сборник задач по алгебре и теории чисел. -- М.:~Просвещение, 1993.
8. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. -- М.:~Мир, 1976.

8. Перечень ресурсов* информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (далее - сеть «Интернет»), необходимых для освоения дисциплины

www.library.mephi.ru, www.e.lanbook.ru

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Вид учебного занятия	Организация деятельности студента
Лекция	При изучении дисциплины следует иметь в виду, что учебный материал в разных учебных пособиях может сильно отличаться и терминологически и по стилю изложения и по содержанию. Поэтому на первой стадии изучения следует придерживаться материала конспектов лекций и основной литературы. При желании ознакомиться с материалом из дополнительной литературы.
Практические занятия	Для уверенности в правильности решения задачи полезно проверить ответ с помощью альтернативного решения или на частном случае.
Контрольная работа	Изучить методические указания по решению контрольных задач и потренироваться на решении аналогических задач.
Подготовка к экзамену	При подготовке к экзамену необходимо ориентироваться на конспекты лекций и рекомендуемую литературу

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Электронная библиотека НИЯУ МИФИ

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Учебная аудитория достаточной вместимости для потока (лекция) или группы (семинары), проектор и ноутбук.

12. Иные сведения и (или) материалы

12.1. Перечень образовательных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Часов в интерактивной форме – 10.

Планомерная организация последовательности лекций и практических занятий в сочетании с внеаудиторной работой студента. При изложении разделов даются указания на связь с учебным материалом других дисциплин учебного плана, а также практическими приложениями. Систематические индивидуальные консультации.

Интерактивный подход заключается в вовлечении присутствующих студентов в обсуждение рассматриваемых методов решения задачи выработку новых приемов в их решении.

12.2. Формы организации самостоятельной работы обучающихся (темы, выносимые для самостоятельного изучения; вопросы для самоконтроля; типовые задания для самопроверки)

Самостоятельная работа студентов состоит в выполнении домашних заданий в соответствии с темами практических занятий. Контроль осуществляется путем проверки на практических занятиях.

№	Тема самостоятельной работы	Литература	Число часов
1	Теория множеств	[2]	20
2	Теория групп	[2]	56
3	Теория колец и полей	[2]	56
4	Расширения полей	[2]	20

12.3. Краткий терминологический словарь

Не требуется.